2020年度　1学期　実力テスト
高等部3年　数学

高等部３年　　　　　　　　組（番号：　　　　　　　　）氏名.

注意事項.

(1) 問題は第１問から第３問まで３題ある (100 点満点). 解答時間は 60 分間である.
(2) 解答用紙のみを回収し採点対象とする.
(3) 解答用紙には, 結果（結論）のみを書けばよい.

解答送付先.

解答は以下のメールアドレスまで送付して下さい:

tomohiroshioya@rikkyo.uk

第 1 問. 次の問いに答えよ.

(1) 次の式を因数分解せよ.

① $a^3+a^2b-a^2-b$　　② $x^2+3xy+2y^2+2x+5y-3$

(2) 次の不等式について以下の問いに答えよ. ただし, a は正の定数とする.

$$x^2+x-6 \geqq 0 \quad \cdots\ (\text{ア}), \qquad |x-1|<a \quad \cdots\ (\text{イ})$$

① 不等式 (ア) を解け.

② (ア) と (イ) をともに満たす整数がちょうど 5 個であるとき, a の値の範囲を求めよ.

(3) $x=\sqrt{6}-\sqrt{5}$ のとき, 次の式の値を求めよ.

① $x^2+\dfrac{1}{x^2}$　　② $x^3+\dfrac{1}{x^3}$　　③ $x^5+\dfrac{1}{x^5}$

(4) $\triangle$ABC において, 次のものを求めよ.

① $a=5$, $A=135^\circ$ のとき, $\triangle$ABC の外接円の半径 R

② $a=7$, $b=3$, $c=5$ のとき, A

(5) 赤い玉が 4 個, 白い玉が 2 個, 青い玉が 1 個ある.

① これらの中から 3 つの玉を取り出して, 円形に並べる並べ方は何通りあるか.

② 7 個すべての玉を円形に並べる並べ方は何通りあるか.

(6) 多項式 $P(x)$ を $(x-1)(x+1)$ で割ると $4x-3$ 余り, $(x-2)(x+2)$ で割ると $3x+5$ 余る. このとき, $P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割ったときの余りを求めよ.

(7) k を定数とする．関数 $f(\theta) = \cos 2\theta + 4k\sin\theta + 3k - 3$ について，次の問いに答えよ．

① $x = \sin\theta$ として，$f(\theta)$ を x で表せ．

② $-1 \leqq k \leqq 1$ のとき，$f(\theta)$ の最大値を求めよ．

③ すべての θ に対して常に $f(\theta) \leqq 0$ となる k の値の範囲を求めよ．

(8) 次の定積分の値を求めよ．

① $\displaystyle\int_{-1}^{3} 5dx$

② $\displaystyle\int_{-3}^{1} 2x^2dx$

(9) 次の和を求めよ．

① $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k$

② $\displaystyle\sum_{k=1}^{50} k$

(10) 次の問いに答えよ.

① 初項 2, 公差 -3 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

② 初項 3, 公比 -2 の等比数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ.

③ $\begin{cases} c_1 = 2 \\ c_{n+1} - c_n = 3^n \end{cases}$ を満たす数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ.

④ $\begin{cases} d_1 = 6 \\ d_{n+1} = 3d_n - 4 \end{cases}$ を満たす数列 $\{d_n\}$ の一般項 d_n を求めよ.

(11) $\triangle$OAB において, 辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C, 辺 OB の中点を D とし, 線分 AD と線分 BC の交点を P, 直線 OP と線分 AB の交点を Q とおく.

① $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ.

② $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ.

第 2 問. 放物線 $y = x^2$ 上を動く点 $\mathrm{A}(a, a^2)$ における接線を ℓ とする．点 A が原点と異なるときの接線 ℓ のうち，点 $\mathrm{B}(-1, 0)$ を通るものを ℓ_1 とし，点 $\mathrm{C}(3, 0)$ を通るものを ℓ_2 とする．次の問いに答えよ．

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) 直線 ℓ_1 の方程式を求めよ．

(3) 放物線 $y = x^2$ と 2 直線 ℓ_1, ℓ_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．

第 3 問. 3 点 $\mathrm{A}(2,0,0)$, $\mathrm{B}(0,2,0)$, $\mathrm{C}(0,0,3)$ が定める平面に原点 O から垂線 OH を下ろす. $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて表せ.

問題は以上である.

2020年度1学期　実力テスト　数学　≪解答用紙≫　　　組（番号：　　　）氏名.

第1問（結果のみでよい）

(1)	①		②
(2)	①		②
(3)	①	②	③
(4)	①		②
(5)	①		②
(6)			
(7)	①		
	②		③
(8)	①		②
(9)	①		②
(10)	①		②
	③		④
(11)	①		②

（解答用紙は2枚目に続く）

第２問（結果のみでよい）

(1)	
(2)	
(3)	

第３問（結果のみでよい）

【以下余白】